



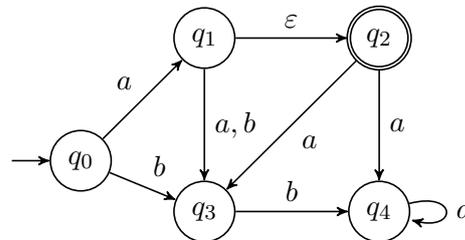
Formale Systeme

3. Übungsblatt

Wintersemester 2023/24

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S5) Es sei der ε -NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, \dots, q_4\}, \{a, b\}, \delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ gegeben mit δ wie unten graphisch dargestellt:



Konstruieren Sie einen zu \mathcal{M} äquivalenten DFA \mathcal{M}' .

S6) Es sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Geben Sie NFAs $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$ an mit

(a) $L(\mathcal{M}_1) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \text{ ist ungerade und } |w|_b \text{ ist gerade}) \text{ oder (es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv)\}$

(b) $L(\mathcal{M}_2) = \{w \in \Sigma^* \mid (\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv) \text{ und (es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv) \text{ und (es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au)\}$

Aufgabe 1

Zeigen Sie konstruktiv, dass

- für jeden NFA \mathcal{M} mit mehreren Startzuständen ein äquivalenter NFA \mathcal{M}' mit nur einem Startzustand existiert bzw.
- für jeden NFA \mathcal{M} mit mehreren Finalzuständen ein äquivalenter NFA \mathcal{M}' mit nur einem Finalzustand existiert. Gilt die letzte Aussage auch für DFAs?

Aufgabe 2

Bearbeiten Sie mindestens eine der vier folgenden Fragestellungen formal und vollständig.

- (a) Seien L, K reguläre Sprachen über einem Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass

$$L/K = \{x \in \Sigma^* : xy \in L \text{ für ein } y \in K\}$$

regulär ist.

- (b) Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass die folgende Sprache regulär ist.

$$L_1 = \{x \in L : \text{es gibt kein } y \in \Sigma^+, \text{ so dass } xy \in L\}$$

- (c) Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass die folgende Sprache regulär ist.

$$L_2 = \{x \in L : \text{kein echtes Präfix von } x \text{ liegt in } L\}$$

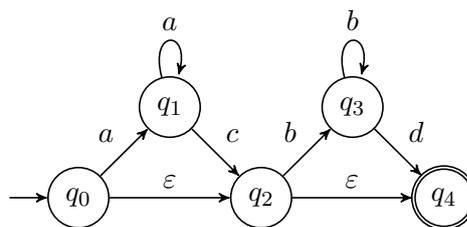
- (d) Sei L eine reguläre Sprache über einem mindestens zweielementigen Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass die Spiegelbildsprache $L^R = \{a_n a_{n-1} \dots a_0 \in \Sigma^* \mid a_0 \dots a_{n-1} a_n \in L\}$ wiederum eine reguläre Sprache ist.

Aufgabe 3

Es sei L die Sprache aller $w \in \{0, 1\}^+$ mit gleich vielen Nullen wie Einsen. Man gebe für diese Sprache eine kontextfreie Grammatik an. Beweisen Sie die Korrektheit und Vollständigkeit Ihrer Lösung!

Aufgabe 4

Konstruieren Sie zu dem grafisch angegebenen ε -NFA $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, \{q_0\}, F)$ einen äquivalenten NFA \mathcal{M}' . Beschreiben Sie die Komponenten beider Automaten.



Aufgabe 5

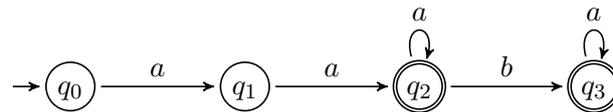
Gegeben sind die Automaten

$$\mathcal{M}_1 = (\{q_0, \dots, q_3\}, \{a, b\}, \delta_1, \{q_0\}, \{q_2, q_3\}), \quad \mathcal{M}_2 = (\{p_0, \dots, p_3\}, \{a, b\}, \delta_2, \{p_0\}, \{p_3\}),$$

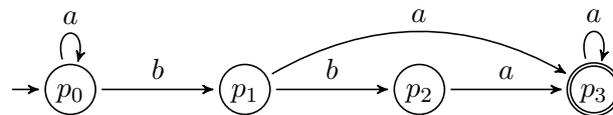
$$\mathcal{M}_3 = (\{s_0, \dots, s_3\}, \{a, b\}, \delta_3, \{s_0\}, \{s_3\}) \text{ und } \mathcal{M}_4 = (\{t_0, \dots, t_5\}, \{a, b\}, \delta_4, \{t_0\}, \{t_3, t_5\})$$

mit

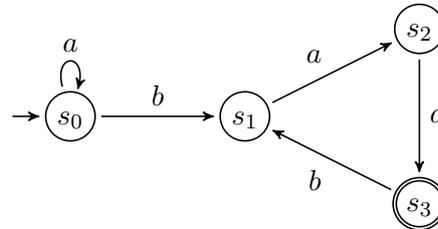
δ_1 :



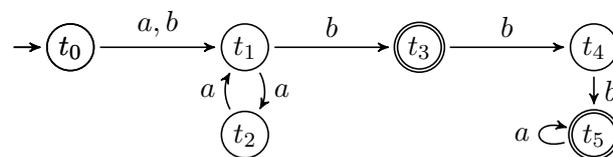
δ_2 :



δ_3 :



δ_4 :



- Konstruieren Sie einen ε -freien NFA \mathcal{M}_a mit $L(\mathcal{M}_a) = L(\mathcal{M}_1) \cap L(\mathcal{M}_2)$. Dabei dürfen Sie sich auf die vom Startzustand erreichbaren Zustände beschränken.
- Konstruieren Sie einen ε -freien NFA \mathcal{M}_b mit $L(\mathcal{M}_b) = L(\mathcal{M}_1)^*$.
- Konstruieren Sie einen ε -freien NFA \mathcal{M}_c mit $L(\mathcal{M}_c) = L(\mathcal{M}_3) \cup L(\mathcal{M}_4)$.
- Konstruieren Sie einen ε -freien NFA \mathcal{M}_d mit $L(\mathcal{M}_d) = L(\mathcal{M}_3) \circ L(\mathcal{M}_4)$.