



Formale Systeme

5. Übungsblatt

Wintersemester 2023/24

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S9) Gegeben sind die folgenden Grammatiken G_i mit $1 \leq i \leq 4$:

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow a\}, S)$$

$$G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow SbS, S \rightarrow a\}, S)$$

$$G_3 = (\{S, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, aS \rightarrow aB, B \rightarrow bB, B \rightarrow b\}, S)$$

$$G_4 = (\{S, A\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow a, A \rightarrow b\}, S)$$

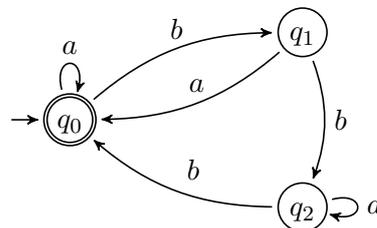
Geben Sie für jede Grammatik G_i den maximalen Chomsky-Typ j an. Begründen Sie Ihre Antwort.

S10) Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Für den regulären Ausdruck $\alpha = (b(ab | b)^*)^*(a | b)^*a$ gilt: $aba \in L(\alpha)$.
- Für die Grammatik $G = (\{S, X, Y, Z\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow Y, X \rightarrow b, Y \rightarrow aYYb, aY \rightarrow aZ, ZY \rightarrow ZX, Z \rightarrow a\}, S)$ gilt: $aabb \in L(G)$.

Aufgabe 1

Gegeben ist der DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0\})$ mit δ :

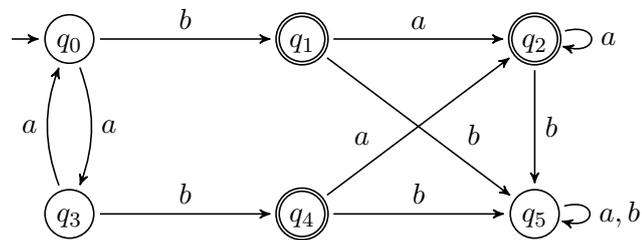


Geben Sie einen regulären Ausdruck α an, der die von \mathcal{M} akzeptierte Sprache repräsentiert, d. h. es gilt $L(\alpha) = L(\mathcal{M})$.

Hinweis: Zur Lösung können Sie die Ersetzungsmethode (vgl. Vorlesung) verwenden: geben Sie hierzu für jeden Zustand q_i des Automaten eine Gleichung $\alpha_i = \dots$ an. Lösen Sie anschließend das Gleichungssystem mithilfe des *Arden-Lemmas*.

Aufgabe 2

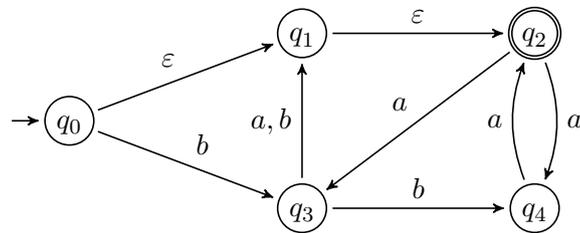
Berechnen Sie für folgenden DFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1, q_2, q_4\})$ mit δ :



die Äquivalenzrelation $\sim_{\mathcal{M}}$, und geben Sie den Quotientenautomaten \mathcal{M}/\sim an.

Aufgabe 3

Gegeben ist der ε -NFA $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \Delta, \{q_0\}, \{q_2\})$ mit Δ :



- Konstruieren Sie einen zu \mathcal{M} äquivalenten DFA \mathcal{M}' .
- Geben Sie den zu \mathcal{M}' reduzierten DFA \mathcal{M}'_r an.

Aufgabe 4

Gegeben ist der reguläre Ausdruck $\alpha = (bb)^*a$.

- Geben Sie für α die Nerode-Rechtskongruenz $\simeq_{L(\alpha)}$ an.
- Geben Sie einen minimalen DFA \mathcal{M} an mit $L(\mathcal{M}) = L(\alpha)$.

Aufgabe 5

Beweisen Sie Lemma ♥ aus Vorlesung 8:

Sei $\mathcal{M} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ ein totaler DFA und $\mathcal{M}/\sim = \langle Q/\sim, \Sigma, \delta_{\sim}, [q_0]_{\sim}, F/\sim \rangle$ der zugehörige Quotientenautomat. Dann gilt für beliebige $q \in Q$ und $w \in \Sigma^*$:

$$[\delta(q, w)]_{\sim} = \delta_{\sim}([q]_{\sim}, w).$$

Hinweis: Induktion über $|w|$.