Formale Systeme
4. Übungsblatt

Wintersemester 2023/24

Aufgabe zur Selbstkontrolle

S7) Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, X, Y, T\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und $P = \{S \to X, S \to Y, X \to Tb, Y \to aT, X \to Xb, Y \to aY, T \to \varepsilon, T \to aTb\}$. Geben Sie eine Grammatik G' an mit $L(G') = \{w \in \{a, b\}^* \mid w^R \in L(G)\}$, wobei w^R das gespiegelte Wort zu w ist.

S8) Gegeben ist die Grammatik G aus der Aufgabe S7). Ist G eine ε-freie Grammatik? Wenn nicht, transformieren Sie G in eine ε-freie Grammatik G'. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Aufgabe 1

Gegeben sind das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die Sprache

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ubabcv \text{ und}$$
$$\text{es gibt } u, v \in \Sigma^* \text{ mit } w = ucccv \text{ und}$$
$$\text{es gibt kein } u \in \Sigma^* \text{ mit } w = au\}.$$

Geben Sie für L einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$ an.

Aufgabe 2

Welche Sprachen $L(r_i)$ werden durch folgende reguläre Ausdrücke r_i beschrieben?

a) $r_1 = bb^* \mid (bb)^*a$

b) $r_2 = a^*b(aa^*b)^*b(a \mid b)^*$

c) $r_3 = a^* \mid a^*(b \mid bb)(aa^*(b \mid bb))^*a^*$

Aufgabe 3

Beweisen Sie die folgenden Gleichungen für reguläre Ausdrücke r, s und t ($r \equiv s$ bedeutet $L(r) = L(s)$):

a) $r \mid s \equiv s \mid r$

b) $(r \mid s) \mid t \equiv r \mid (s \mid t)$

c) $(rs)t \equiv r(st)$

d) $r(s \mid t) \equiv rs \mid rt$

e) $\emptyset^* \equiv \varepsilon$

f) $(r^*)^* \equiv r^*$

g) $r^* \equiv rr^* \mid \varepsilon$

h) $(\varepsilon \mid r)^* \equiv r^*$

Aufgabe 4

Geben Sie zu jedem der regulären Ausdrücke r_i einen NFA $\mathcal{M}_i$ mit $L(\mathcal{M}_i) = L(r_i)$ an.

a) $r_1 = (ab)^*$

b) $r_2 = a(b \mid c)a^* \mid a^*$

Wenden Sie dabei jeweils den *kompositionellen Ansatz* sowie den *expliziten Ansatz zur Konstruktion von NFAs* aus der Vorlesung an.

Aufgabe 5

Entwickeln Sie für die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ einen regulären Ausdruck r mit $L = L(r)$. Die Sprache L ist die Menge aller Wörter $w \in \Sigma^*$, für die gilt:

- w enthält aaa.
- w endet mit c.
- Die Anzahl der b in w ist gerade.